

Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique

جامعة القاضي عياض
كلية العلوم السملالية
شعبة الفيزياء

Thermodynamique II. SMP.
Semestre 3. TD n°2 (Système ouverts)

Exercice 1 : Ecoulement polytropique d'air dans une conduite à section variable

On considère l'écoulement de l'air (gaz parfait) dans une conduite cylindrique horizontale à section variable. Les données techniques sont les suivantes : $\dot{m} = 3 \text{ kg/s}$, $c_e = 500 \text{ m/s}$, $T_e = 350 \text{ K}$, $P_e = 1 \text{ bar}$, $c_s = 300 \text{ m/s}$, $P_s = 5,2 \text{ bar}$. On admet que l'écoulement est polytropique, avec $b = 1,5$. $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$.

- 1/ Ecrire l'équation du bilan d'énergie de la conduite. Rappeler les expressions et calculer les valeurs de c_v et c_p (chaleurs spécifiques massiques de l'air).
- 2/ Calculer la température T_s et les volumes massiques v_e et v_s .
- 3/ Calculer les aires des sections droites des deux conduites A_e et A_s .
- 4/ Quelle est la variation d'entropie massique Δs de l'air ? L'évolution est-elle réversible ou non.
- 5/ Calculer la chaleur mis en jeux lors de cette évolution.

Exercice 2 : Diffuseur à air d'un turboréacteur d'avion

A l'altitude où se trouve un avion, l'air atmosphérique est à la température de $T_e = -45^\circ \text{C}$ et à la pression de $P_e = 60 \text{ kPa}$. Cet air entre à la vitesse de $c_e = 900 \text{ km/h}$ dans le diffuseur d'admission du turboréacteur de l'avion, dont le rendement isentropique est de $\eta_s = 90\%$. A la sortie du diffuseur, fonctionnant en régime permanent, la pression de l'air est de $P_s = 85 \text{ kPa}$.

On donne $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$, masse molaire de l'air $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ et $\gamma = 1,4$.

1. Entre quelles formes la conversion de l'énergie a-t-elle eu lieu au sein du diffuseur ? Citer deux autres dispositifs dans lesquels a lieu la même conversion.
2. Déterminer la vitesse, c_s , et la température, T_s , de l'air à la sortie du diffuseur.

Exercice 3 : Détente d'un gaz dans une tuyère convergente

On étudie la détente d'une mole d'air, assimilable à un gaz parfait diatomique, dans une tuyère rigide et adiabatique. La tuyère est un tube de révolution d'axe Oz horizontal : sa section est une fonction de z . Les particules d'une section comprise entre z et $z+dz$ ont même vitesse $c(z) > 0$.

- 1/ Ecrire en régime permanent l'équation du bilan d'énergie.
- 2/ L'évolution étant supposée réversible, déterminer $h_s - h_e$, en fonction de la température T_e , du rapport $x = P_s / P_e$ des pressions, des constantes γ et R et de la masse molaire de l'air, M . En déduire c_s sachant que c_e est négligeable.
- 3.a/ Quelle est la signification physique du rapport : Ac_e / v_e ?
- 3.b/ Exprimer le volume massique v_s en fonction de P_e , T_e et x .
- 3.c/ Montrer que $\dot{m} = g(\gamma, R / M, P_e, T_e) A_s f(x)$ où $f(x) = x^{1/\gamma} [1 - x^{(\gamma-1)/\gamma}]^{1/2}$
- 3.d/ Pour quelle valeur de x le débit massique est-il maximal ? faire une A.N. et calculer cette valeur x_{\max} .

Exercice 4 : Détente de diazote dans une turbine

Du diazote assimilable à un gaz parfait de masse molaire $M = 28 \text{ g.mol}^{-1}$ s'écoule avec un débit $\dot{m} = 4 \text{ kg/s}$ dans une conduite horizontale ; il se détend isothermiquement à la température $T_0 = 298 \text{ K}$ de la pression $P_1 = 6 \text{ bar}$ jusqu'à la pression $P_2 = 2 \text{ bar}$. En régime stationnaire la détente fournit une puissance de $\dot{W} = 50 \text{ kW}$. Les vitesses $c_e = 50 \text{ m/s}$ et $c_s = 150 \text{ m/s}$.

1/ Trouver la puissance thermique échangée par la conduite.

2/ Calculer la variation d'entropie d'une masse de 4kg de diazote. Effectuer le bilan entropique de cette détente.

Exercice 5 : Compresseur adiabatique

Un gaz d'Azote entre dans un compresseur adiabatique sous une pression $P_e = 10 \text{ MPa}$, une température $T_e = 175 \text{ K}$ et une vitesse $c_e = 5 \text{ m/s}$. Elle en sort sous une pression $P_s = 40 \text{ MPa}$, une température $T_s = 402 \text{ °C}$ et une vitesse $c_s = 50 \text{ m/s}$. Le compresseur a une section d'entrée $A_e = 40 \text{ cm}^2$.

On admet que ce gaz est un gaz parfait et on donne la constante des gaz parfait $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$, la masse molaire d'azote ($M = 28 \text{ g.mol}^{-1}$) et le rapport des chaleurs massiques $\gamma = c_p / c_v = 1,4$.

- 1) Déterminer les volumes massiques à l'entrée v_e et à la sortie v_s du compresseur.
- 2) Calculer le débit massique d'azote \dot{m} et la section de sortie du compresseur A_s .
- 3) Calculer la puissance de fonctionnement de ce compresseur \dot{w}_s en kW.
- 4) Si on admet que le rendement isentropique de ce compresseur est de 80%, calculer la puissance réelle reçue \dot{w}_r .
- 5) Comparer la variation de l'énergie cinétique massique du gaz à travers le compresseur et la variation de son enthalpie. Conclure.

Exercice 6 : Compresseur à air non adiabatique

De l'air entre dans un compresseur à une pression $P_1 = 1 \text{ bar}$, une température $T_1 = 290 \text{ K}$ et une vitesse $c_1 = 6 \text{ m/s}$ à travers une entrée dont la section a une aire $A_1 = 0,1 \text{ m}^2$. A la sortie, la pression est $P_2 = 7 \text{ bar}$, la température $T_2 = 450 \text{ K}$ et la vitesse $c_2 = 2 \text{ m/s}$. Le transfert de chaleur du compresseur vers le milieu extérieur est de $\dot{Q} = 180 \text{ kJ/mn}$. Le compresseur fonctionne en régime permanent. L'air, de masse molaire $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ et de $\gamma = 1,4$, est un gaz parfait.

1. Déterminer le débit massique de l'air.
2. Déterminer en kW la puissance absorbée par le compresseur.

Indications de solution aux exercices de TD

Exercice 1 : Ecoulement polytropique d'air dans une conduite à section variable

1/ Equation du bilan d'énergie dans la conduite : $(h_s + c_s^2/2) - (h_e + c_e^2/2) = q + w$, variation de l'énergie potentielle négligeable).

$$c_{vm} = \frac{R}{M(\gamma - 1)} = 0,7176 \text{ kJ / kg / K} \text{ et } c_{pm} = \frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)} = 1,0046 \text{ kJ / kg / K} .$$

2/ Calcul de la température : $T_s = T_e \left(\frac{P_e}{P_s} \right)^{(1-\gamma)/\gamma}$; $T_s = 606,4 \text{ K}$.

Calcul des volumes : $v = \frac{RT}{MP}$ donne $v_e = 1,0034 \text{ m}^3 / \text{kg}$ $v_s = 0,3343 \text{ m}^3 / \text{kg}$.

3/ Les sections d'entrée et sortie : $A_e = \frac{\dot{m} v_e}{c_e} = 60 \text{ cm}^2$ et $A_s = \frac{\dot{m} v_s}{c_s} = 33,4 \text{ cm}^2$.

4/ Variation d'entropie : $\Delta s = c_p \ln \frac{T_s}{T_e} - \frac{R}{M} \ln \frac{P_s}{P_e}$ donne : $\Delta s = 78 \text{ J / K / kg}$.

5/ les chaleurs mis en jeu : $q = (h_s + c_s^2/2) - (h_e + c_e^2/2)$ avec $h_s - h_e = c_p(T_s - T_e)$ donne $q = c_p(T_s - T_e) + (c_s^2 - c_e^2)/2$ et par A.N. à : $q = \dots \text{ kJ.kg}^{-1}$

Exercice 2 : Diffuseur à air d'un turboréacteur d'avion

Pour une transformation isentropique ($s_{2s} = s_1$) et comme l'air est un gaz parfait ($v = \frac{RT}{MP}$) et en appliquant les équations de bilans $(h_s + c_s^2/2) - (h_e + c_e^2/2) = q + w$, variation de l'énergie potentielle négligeable), on obtient les résultats suivants :

Entrée : $P_1 = 60 \text{ kPa}$, $T_1 = -45^\circ\text{C}$, $c_1 = 900 \text{ km/h} = 250 \text{ m/s}$,

Sortie : $P_2 = 85 \text{ kPa}$.

On utilisera le bilan d'énergie $(h_{2s} + c_{2s}^2/2) - (h_1 + c_1^2/2) = 0$ et que l'air est un gaz parfait :

$$v = \frac{RT}{MP} \text{ donc } dh = c_p dT, \text{ d'où } h_{2s} - h_1 = c_p(T_{2s} - T_1) . \text{ De plus } ds = c_p \frac{dT}{T} - \frac{R}{M} \frac{dp}{p} = 0 \text{ donne}$$

par intégration $T_{2s} = T_1 (p_2 / p_1)^{R/Mc_p}$, comme $\frac{R}{Mc_p} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0,287$ alors $\frac{P_2}{P_1} = 1,42$.

$T_{2s} = -21^\circ\text{C} = 252 \text{ K}$, $c_{2s} = 120 \text{ m/s}$, et $c_2^2 = 0,9 c_{2s}^2 = 113,8 \text{ m.s}^{-1}$ et $T_2 = T_1 - (c_2^2 - c_1^2)/2c_p$ donne $T_2 = 253 \text{ K}$.

Exercice 3 : Détente d'un gaz dans une tuyère convergente

1/ Bilan d'énergie dans la conduite rigide et adiabatique : $(h_s + c_s^2/2) - (h_e + c_e^2/2) = 0$

2/ L'évolution adiabatique et réversible du gaz parfait donc $p v = \frac{RT}{M}$ et $P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cte}$, on obtient :

$$\frac{T_s}{T_e} = \left(\frac{p_e}{p_s} \right)^{(1-\gamma)/\gamma} = x^{(\gamma-1)/\gamma} \text{ ce qui donne } h_s - h_e = c_p T_e [x^{(\gamma-1)/\gamma} - 1] \text{ avec } c_p = \gamma R / (M(\gamma - 1)), \text{ on}$$

aura : $h_s - h_e = \frac{\gamma R T_e}{M(\gamma - 1)} [x^{(\gamma-1)/\gamma} - 1]$. Avec ce négligeable, $(h_s + c_s^2/2) - h_e = 0$ qui donne

$$c_s^2 = -\frac{2\gamma R T_e}{M(\gamma - 1)} [x^{(\gamma-1)/\gamma} - 1].$$

3.a/ La quantité A_c/v représente le flux massique entrant de la matière dans la tuyère.

3.b/ Expression du volume massique à la sortie $v_s = \frac{RT_s}{Mp_s} = \frac{RT_e}{Mp_e} x^{-1/\gamma}$

3.c/ Débit massique : On sait que $\dot{m} = \frac{A_s c_s}{v_s}$ et $\dot{m} = A_s P_e \sqrt{\frac{2\gamma M}{RT_e(\gamma - 1)}} [1 - x^{(\gamma-1)/\gamma}]^{1/2} x^{1/\gamma}$, avec

$$f(x) = x^{1/\gamma} [1 - x^{(\gamma-1)/\gamma}]^{1/2}, \text{ on a : } \dot{m} = g(\gamma, R/M, P_e, T_e) A_s f(x).$$

3.d/ Le débit est maximal si la dérivée de $f(x) = x^{1/\gamma} [1 - x^{(\gamma-1)/\gamma}]^{1/2}$ est nulle, or $f'(x) = [x^{(1-\gamma)/\gamma} - (\gamma+1)/2] / [\gamma - \gamma x^{(\gamma-1)/\gamma}]^{1/2}$ d'où $x_{\max} \approx 0,528$, c'est un maximum en effet $f(x_{\max}) = f(0,528) = 0,2588$ et $f(0,4) = 0,2494 < 0,2588$, $f(0,6) = 0,2558 < 0,2588$.

Exercice 4 : Détente de diazote dans une turbine

Détente isotherme donc isenthalpique : $\Delta \dot{E}_c = \dot{w} + \dot{q}$ avec $\dot{w}_t = -50 \text{ kW}$ donne $\dot{q} = 90 \text{ kW}$ et $\Delta s(\text{gp}) = 1309 \text{ J/K}$ et $s_e = 302 \text{ J/K}$, $s_c = 97,12 \text{ J/K}$.

Exercice 5 : Compresseur avec variation de l'énergie cinétique

1) Le gaz est parfait $Pv = \frac{RT}{M}$ ce qui donne $v_e = \frac{RT_e}{MP_e}$ et $v_s = \frac{RT_s}{MP_s}$ d'où on tire par application numérique, $v_e = 0,0052125 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ et $v_s = 0,00502634 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$.

2) $\dot{m} = \frac{c_e}{v_e} A_e = 3,84 \text{ kg/s}$ et $A_s = \frac{\dot{m} v_s}{c_s} = 3,86 \text{ cm}^2$.

3) Le bilan d'énergie $(h_s + c_s^2/2) - (h_e + c_e^2/2) = w_c$ or $dh = c_p dT$ d'où on arrive à :

$w_c = c_p (T_s - T_e) + c_s^2/2 - c_e^2/2$. Par application numérique on trouve : $w_c = 521,24 \text{ kJ/kg}$ et la puissance est : $\dot{w}_c = \dot{m} w_c \approx 2001,6 \text{ kW}$ ceci avec $c_p = \gamma R / (M(\gamma - 1)) \approx 1,04 \text{ kJ/K/kg}$.

4) La puissance réelle est $\dot{w}_{\text{réel}} = \frac{\dot{w}_c}{\eta_c} = 2502 \text{ kW}$.

5) La variation d'enthalpie est $h_s - h_e = c_p (T_s - T_e) = 520 \text{ kJ/kg}$ et la variation d'énergie cinétique est $c_s^2/2 - c_e^2/2 = 1,2324 \text{ kJ/kg}$, Le rapport $\frac{h_s - h_e}{1,2324} = 402$, soit **2,5 pour mil**.

La variation d'enthalpie est plus importante que la variation d'énergie cinétique.

Exercice 6 : Compresseur à air non adiabatique**Données :****Entrée :** $P_1 = 1 \text{ bar}$, $T_1 = 290 \text{ K}$, $c_1 = 6 \text{ m/s}$ et $A_1 = 0,1 \text{ m}^2$;**Sortie :** $P_2 = 7 \text{ bar}$, $T_2 = 450 \text{ K}$, $c_2 = 2 \text{ m/s}$ avec $\dot{Q} = 180 \text{ kJ/mn} = 3 \text{ kW}$.

1. Débit massique : $\dot{m} = \frac{Ac}{v}$, Gaz parfait $v_1 = \frac{RT_1}{MP_1}$ donne $\dot{m} = MP_1 \frac{Ac_1}{RT_1}$;

2. Puissance absorbée par le compresseur : Bilan énergétique
 $(h_{2s} + \frac{c_{2s}^2}{2}) - (h_1 + \frac{c_1^2}{2}) - \dot{Q} = \frac{\dot{W}}{\dot{m}}$. La variation d'enthalpie $dh = c_p dT$ donne

$h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1)$. La chaleur spécifique $c_p = \frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)}$. Finalement :

$$\frac{\dot{W}}{\dot{m}} = \frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)} (T_2 - T_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} - \dot{Q} \text{ donne } \dot{W} = \dots \text{ kW}$$