

## Solution TD2

### Exercice 1

1.  $S = 2\pi.R^2 + 2\pi.Rh = 2\pi.R.(R+h) = 2 \times 3.14 \times 8(8+15) = 1155.52 \text{ cm}^2$

2.  $dS = \frac{\partial S}{\partial R} dR + \frac{\partial S}{\partial h} dh = (4\pi R + 2\pi.h) dR + (2\pi.R) dh = 2\pi((2R + h)dR + R dh)$

$$\Rightarrow \Delta S = 2\pi((2R + h)\Delta R + R \Delta h)$$

$$\frac{\Delta h}{h} = 0.1 \Rightarrow \Delta h = h.0.1 = 15 \times 0.1 = 1.5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \Delta S = 2\pi((2 \times 8 + 15) \times 1 + 8 \times 1.5) = 270 \text{ cm}^2$$

### Exercice 2

$$\begin{aligned} n &= \frac{\sin\left(\frac{D+A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)} \Rightarrow dn = \frac{\partial n}{\partial A} dA + \frac{\partial n}{\partial D} dD \\ &= \frac{\frac{1}{2} \cos\left(\frac{D+A}{2}\right) \sin\left(\frac{A}{2}\right) - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{A}{2}\right) \sin\left(\frac{D+A}{2}\right)}{(\sin\left(\frac{A}{2}\right))^2} dA \\ &\quad + \frac{\frac{1}{2} \cos\left(\frac{D+A}{2}\right) \sin\left(\frac{A}{2}\right) - 0}{(\sin\left(\frac{A}{2}\right))^2} dD \end{aligned}$$

En utilise la relation suivante pour simplifier l'écriture :

$$\sin(\theta - \varphi) = -\cos \theta \sin \varphi + \sin \theta \cos \varphi$$

On trouve  $dn = \frac{\sin\left(\frac{A-D-A}{2}\right)}{2.(\sin\left(\frac{A}{2}\right))^2} dA + \frac{\cos\left(\frac{D+A}{2}\right) \sin\left(\frac{A}{2}\right)}{2.(\sin\left(\frac{A}{2}\right))^2} dD$

$$\Rightarrow \Delta n = \frac{\left| \sin\left(\frac{-D}{2}\right) \right|}{2 \cdot \left(\sin\left(\frac{A}{2}\right)\right)^2} \Delta A + \left| \frac{\cos\left(\frac{D+A}{2}\right)}{2 \cdot \sin\left(\frac{A}{2}\right)} \right| \Delta D$$

### Exercice 3 :

Pour trouver  $\Delta d\rho$  par la méthode algorithmique, on a :

$$x = \varphi \Rightarrow \ln(x) = \ln(\varphi) \Rightarrow \int \frac{dx}{x} = \int \frac{d\varphi}{\varphi} \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{d\varphi}{\varphi} \Rightarrow \left| \frac{\Delta x}{x} \right| = \left| \frac{\Delta d\varphi}{\varphi} \right|$$

On va appliquer cette méthode à la relation  $\rho = \frac{m}{a^3}$

$$\ln(\rho) = \ln(m \cdot a^{-3}) = \ln(m) + \ln(a^{-3}) = \ln(m) - 3\ln(a) \Rightarrow \left| \frac{\Delta \rho}{\rho} \right| = \left| \frac{\Delta m}{m} \right| + \left| -3 \frac{\Delta a}{a} \right|$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} + 3 \frac{\Delta a}{a} \Rightarrow \Delta \rho = \left( \frac{\Delta m}{m} + 3 \frac{\Delta a}{a} \right) \cdot m \cdot a^{-3} \Rightarrow \Delta \rho = (a^{-3} \Delta m + 3ma^{-4} \Delta a)$$

On trouve le même résultat obtenu par la méthode de la dérivée montrée dans le cours.

### Exercice 4 :

$l = 92.95 \pm 0.10$  cm,  $T = 1.936 \pm 0.004$  s.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2}{T^2} l = 4\pi^2 T^{-2} l \Rightarrow dg = \frac{\partial g}{\partial l} dl + \frac{\partial g}{\partial T} dT$$

$$\Rightarrow dg = 4\pi^2 T^{-2} \cdot dl - 8\pi^2 T^{-3} l dT$$

$$\Rightarrow \Delta g = 4\pi^2 \cdot \frac{1}{T^2} (\Delta l + \frac{2 \cdot l}{T} \Delta T)$$

$$\Rightarrow \Delta g = 5,1 \cdot 10^{-2} \text{ m.s}^{-2}$$

$$g = 9,78 \pm 5,1 \cdot 10^{-2} \text{ m.s}^{-2}$$

